

使用 R 程式設計解析撲克梭哈模型

Using R to Analyze Poker Hand

¹ 蔡桂宏

² 張慶暉

¹ Tsai, Gwei-Hung ² Chang, Ching-Hui

¹ 銘傳大學應用統計與資料科學學系

¹ Department of Applied Statistics and Information Science,
Ming Chuan University

² 銘傳大學會計學系

² Department of Accounting,
Ming Chuan University

摘要

本文對常見的撲克牌梭哈遊戲使用 R 軟體建立撲克牌模組、完成梭哈牌型判別函數、使用迴圈窮舉法、計算並驗證出各種牌型的機率、繪製機率分配表、並撰寫模擬程式進行統計模型分析，適用於相關的統計與程式設計教學與應用。

關鍵字：梭哈、統計模型、模擬、程式設計、機率分配

Abstract

In this paper, we use R software to build module for 52 cards common poker. It is suitable for the teaching and application of statistics and program design to complete the discriminant function, use the Brute Force Attack method, calculate and verify the probabilities of 5-cards hand, draw the probability distribution table, and write the simulation program for statistical model analysis for Poker Hand.

Keywords: poker hand, statistical model, simulation, program design, probability distribution.

1. 前言

梭哈是賭場裡常見的一種賭博方式。規則雖然簡單，卻很激烈。需要準確的判斷力、良好的記憶力、冷靜的思考能力、揣摩對手心裡、更需要好的運氣。梭哈是一種相當注重技巧或判斷的機遇遊戲。所謂的判斷，主要由機率而來。因此具備梭哈遊戲相關的機率知識，是絕對必要的。Alons 的 [Analysis of poker strategies in heads-up poker](#) 網頁與 [Poker Odds](#)

- Calculating Hand Odds In Texas Hold'em 網頁對於手上牌條件機率加以分析與計算機率，對於賭局決策有很深入的探討

在不同的撲克牌遊戲中，例如梭哈、大老二、十三張、美式撲克等等，都會以五張牌的組合，比較大小來決定勝負。五張牌的組合，會分為不同的撲克牌型。

本文參考維基百科網頁對所有五張牌的梭哈組合，按以下順序，由大至小排列分為不同牌型整理如下表 1：

表 1 梭哈各種牌型說明與範例

牌型 (別名)	英文名	說明	範例				
同花順	Straight Flush	五張同一花色且順連的牌。	10♠	J♠	Q♠	K♠	A♠
四條 (鐵支)	Four of a Kind	有四張同一點數的牌。	A♠	A♥	A♣	A♦	K♥
福祿	Full house	三張同一點數的牌，加一對其他點數的牌。	A♠	A♣	A♦	K♠	K♥
同花	Flush	五張同一花色的牌但不為順子。	8♠	10♠	J♠	Q♠	K♠
順子	Straight	五張順連的牌。	A♣	10♠	Q♥	J♦	K♠
三條	Three of a kind	有三張同一點數的牌。	A♠	A♥	A♦	Q♣	K♦
兩對	Two Pairs	有兩張相同點數的牌，加另外兩張相同點數的牌。	A♠	A♦	K♥	K♣	Q♣
一對	One Pair	有兩張相同點數的牌。	A♠	A♦	K♣	Q♣	2♥
五爛 (散牌)	High card	不能排成以上組合的牌，以點數決定大小。	3♠	5♥	8♦	9♠	A♣

在機率計算式中，必須要注意是否會有重複計算的情形。例如，『順子』、『同花』時，會包括『同花順』的組合，所以最後必須再扣除重複的樣本點數。因此分析機率時就需要以“點數”和“花色”的順序差異性一一來分析及計算每種組合個別的機率。

大部分的撲克牌遊戲按以下規則比較牌面大小：

順子比牌變種

順子比法部分玩法(如德州撲克)當 A 和 2345 組成順子時當做 1 點，所以 A2345 是最小的順子；另有玩法依舊當 14 點，所以 A2345 為第二大的順子。而大老二也有相同問題，非台灣華人區大老二順子比較方式大多數使用後者比較方法，所以 $A2345 > 23456 > 10JQKA > 910JQK > 8910JQ > 78910J > 678910 > 56789 > 45678 > 34567$ ，沒有 JQKA2、QKA23、KA234 這三種順子。

同花比法因為部分玩法不比花色，當加入花色比法產生分歧，正式比法先比完所有點數才比花色；另有玩法是最大的牌一樣點數時比直接比花色，兩對、一對、散牌也如同同花的爭議。以標準的 52 張撲克牌，點數為 2-3-4-5-6-7-8-9-10-J-Q-K-A，花色為黑桃、紅心、梅花、方塊。從 52 張牌中選 5 張，則形成 2598960 種情況。本文參考了蔡桂宏等(民國 100 年)的論文及 Berg, Henry(2013 網頁)將各種牌型出現的次數與機率結果整理如下表 2，以供將來窮舉法程式執行結果比對參考使用。

表 2 各種牌型之機率

所有五張牌型	發生次數	出現機率
同花順	40	0.00002
鐵支	624	0.00024
福祿	3744	0.00144
同花	5108	0.00197
順子	10200	0.00392
三條	54912	0.02113
兩對	123552	0.04754
一對	1098240	0.42257
五爛	1302540	0.50118
總組合數	2598960	1

董仲原(民國 105 年)探討如何利用 Visual Studio 來設計出梭哈撲克的應用模組，將梭哈遊戲的功能模組實作出來，包含有梭哈撲克牌的洗牌、發牌、牌型判斷以及牌型大小比較、勝負判斷等功能。詹永寬等(民國 105 年)探討如何利用 Visual Studio 來設計並開發出梭哈撲克的應用模組，再開發模擬測試其模組之有效性與可靠性，以驗證該梭哈撲克模組可依照牌型出現的機率。Chen(2011)設計開發了符合軟體工程理論和方法的 ShowHand 線上遊戲。在設計和實現 ShowHand 遊戲的同時，對遊戲設計平臺進行了深入的討論，描述了主類、資料庫定義等關鍵技術的實現方法，解決了遊戲中常見的開發問題。周彤(民國 99 年)利用窮舉法快速解佈於二元體之多項式方程組，在本文中也以窮舉法來驗證比對各種牌型出現的次數與機率。

R 程式語言是一套免費的開放軟體，主要用於統計分析、繪圖、數據視覺化與環境操作，可輕易安裝其套件增強使用功能，廣泛應用於各領域中。透過修改許多專家已經寫好的套件程式，可以輕易的來解決各式各樣的問題，因為統計分析工具面臨到取得價格昂貴之缺

點，尤其企業每年需投入大量經費才能取得完整此使用 R 語言時，我們已經站在巨人的肩膀上了。林鈺宸(民國 106 年)即應用 R 軟體於實驗設計方法與田口實驗，並以 IC 焊接製程為例，分析錫球最佳化組合之焊接條件。我們也希望藉著 R 軟體的強大功能對撲克牌裏的梭哈進行完整的模型建構與分析。

2. 理論分配與機率之驗證

我們參考洪錦魁及蔡桂宏(民國 104 年)的”R 語言:邁向 Big Data 之路”訂定撲克牌組、花色及點數牌組向量以利於後續程式使用。為了讓使用者立即見到結果也隨機抽取一手五張牌進行測試，此部分的程式如下表 3 所示：

表 3 撲克牌組建立

```
#define poker
cardsuit <- c("Spades","Hearts","Diamonds","Clubs") #定義四種花色
cardnum <- c("A", 2:10,"J","Q", "K")#定義 13 種點數
deck <- paste(rep(cardsuit, each=13),cardnum) #組成一副 52 張的撲克牌
decksuit <-rep(cardsuit,each=13) #根據牌的順序號抽離出花色向量
decknum<- rep(c(1:13), 4) #根據牌的順序號抽離出數值點數向量

#draw show hand 5 cards to verify the cards, suits and card-points
yy<-sample(1:52, 5, replace=FALSE); yy #隨機抽出一手 5 張牌
deck[yy];decksuit[yy]; decknum[yy] #檢測此五張牌、花色以及點數
samesuit <- sum(duplicated(decksuit[yy]))==4; samesuit #判斷五張牌是否為同花
```

梭哈牌型判定程式是很核心的部分，由於 R 擁有很豐富的函數庫，所以在判斷方面就顯得相對的輕鬆了。本文選用了一些常用的基本 R 函數如下：

- duplicated 函數可以獲得有幾個元素是有重複了；
- unique 函數會刪除重複的元素僅列出所有不同的元素；
- table 函數可以幫助我們彙整所出現各個點數的次數。

並搭配一些常見的函數如:sum、max 以及 min 等函數就能快速簡單的完成牌型歸類的目的。具體的 ShowHand 函數程式碼如下表 4 所示。

為了驗證上述函數是否正確判斷出所有的牌型，我們接著使用窮舉法利用 R 程式的迴圈完整的跑完所有的 5 張牌組並判斷各種牌型的出現次數以及機率，如表 5 所示。

表 4 牌型判定函數

```
#this function determines the various types of cards 此為牌型判別函數
ShowHand <- function(y=c(1,3,9, 13,15))
{
  samesuit <- sum(duplicated(decksuit[y]))==4 #重複 4 個元素表示 5 張牌均為同一花色
  diff.cards.num <- length(unique(decknum[y])) #有幾個不同的點數
  max.freq.num <-max(table(decknum[y])) #彙整點數並查看相同點數最多有幾張

  if(diff.cards.num==5) { #有五種不同點數就需要判斷是否為同花、也需判斷是否為順子
    if (samesuit){if (max(decknum[y])-min(decknum[y])==4 |
      (sum(decknum[y])==47 & min(decknum[y]==1))) res<-9 else res<-8 }
    else {if (max(decknum[y]) -min(decknum[y])==4 |
      (sum(decknum[y])==47 & min(decknum[y]==1))) res<-7 else res<-6}    }
  else if (diff.cards.num ==4 ) res <-1 #有四種不同的點數必定為一對
  else if (diff.cards.num==3 & max.freq.num==2 ) res <- 2 #三種點數同點最多 2 張為兩對
  else if (diff.cards.num==3 & max.freq.num==3 ) res <- 3#三種點數同點最多 3 張為三條
  else if (diff.cards.num==2 & max.freq.num==3 ) res <- 4#二種點數同點最多 3 張為福祿
  else if (diff.cards.num==2 & max.freq.num==4 ) res <- 5#二種點數同點最多 4 張為鐵隻
  else res <-10 #確認是否有例外未歸類的牌型
  return(res) #回傳數值 1 至 10 表示各種不同的牌型
}
```

表 5 牌型判定函數

```
total.hands<- choose(52,5) #計算所有牌型的總組數
result<- numeric(total.hands) #預設牌型結果儲存數值向量
i=1 #起始指標
for (c1 in 1:48){ for(c2 in (c1+1):49){ for (c3 in (c2+1):50){
  for(c4 in (c3+1):51){for(c5 in (c4+1):52){
    result[i]<-ShowHand(c(c1,c2,c3,c4,c5))
    i=i+1
  }}} } #窮舉法將五張牌逐一列出並代入函數獲得判定結果存入向量
fac.res <- factor(result, levels=1:10, labels=c("一對","二對","三條","福祿",
  "四條","五爛","順子","同花","同花順","錯誤"))
freq.table<- table(fac.res); freq.table #彙整各種牌型出現的次數
probT <- table(fac.res)/total.hands; probT #求算各種牌型的理論機率
plot(fac.res,col='yellow',main="distribution of 5 cards Show Hand -Theory")
```

大約經過了 8 分鐘的處理就可以得到結果與表 2 相同的次數分配與機率，結果如表 6 及圖 1 所示。

表 6 牌型理論機率的計算

```

> fac.res <- factor(result, levels=1:10, labels=c("一對","二對",
+ "三條","福祿", "四條","五爛","順子","同花","同花順","錯誤"))
> freq.table<- table(fac.res); freq.table
fac.res
一對    二對    三條    福祿    四條    五爛    順子    同花    同花順    錯誤
1098240 123552 54912  3744   624 1302540 10200  5108    40      0
> probT <- table(fac.res)/total.hands;probT
probT
      一對      二對      三條      福祿      四條      五爛
4.225690e-01 4.753902e-02 2.112845e-02 1.440576e-03 2.400960e-04 5.
011774e-01 3.924647e-03 1.965402e-03 1.539077e-05 0.000000e+00

```

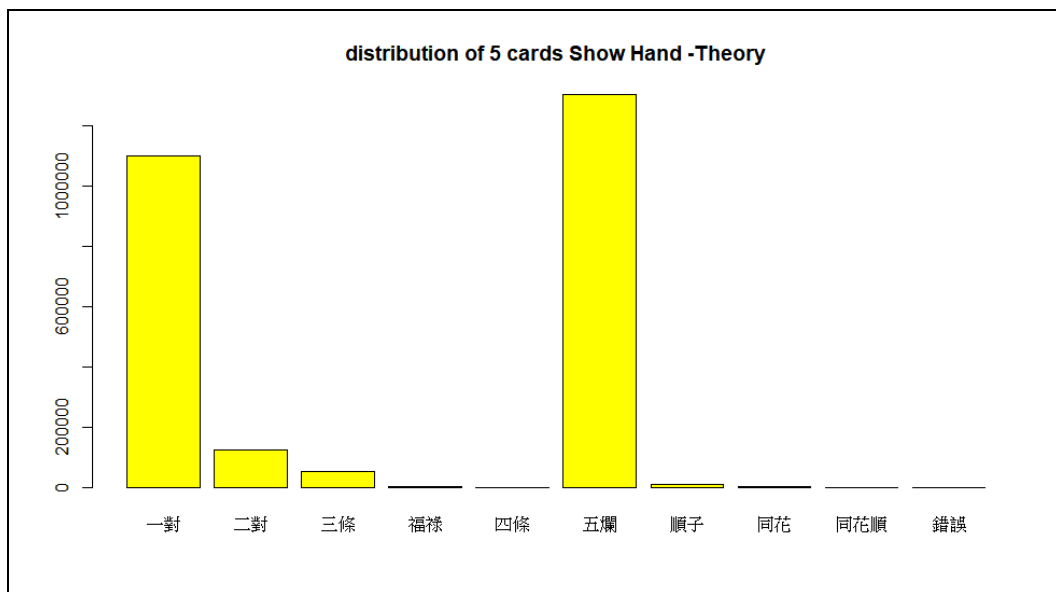


圖 1 梭哈牌型的理論次數分配圖

3. 模擬與統計模型檢驗

我們也可以使用模擬的方式隨機抽取一百萬手 5 張牌並進行次數分配與預估機率的求算，以作為理論機率的驗證與比較，具體的程式如下表 7:

表 7 模擬一百萬手牌型機率的計算程式

```

simu.times<-1000000 #可以自行訂定模擬牌組數

result<- numeric(simu.times) #預設結果向量
for (i in 1:length(result)){
  yy <-sample(1:52, 5, replace=FALSE) #抽出牌來
  result[i]<-ShowHand(yy)}
fac.res <- factor(result, levels=1:10, labels=c("一對","二對","三條","福祿",
  "四條","五爛","順子","同花","同花順","錯誤"))
freq.table<- table(fac.res); freq.table #彙整各種牌型出現的次數
probT <- table(fac.res)/simu.times;probT #計算各種牌型出現的機率
plot(fac.res,col='yellow',main="distribution of 5 cards Show Hand -Simulation")

```

模擬的結果如以下表 8 及圖 2 所示:

表 8 模擬一百萬手牌型機率的計算結果

```

> fac.res <- factor(result, levels=1:10, labels=c("一對","二對",
+ "三條","福祿","四條","五爛","順子","同花","同花順","錯誤"))
> freq.table<- table(fac.res); freq.table
fac.res
 一對  二對  三條  福祿  四條  五爛  順子  同花  同花順  錯誤
422165 47348 21201 1465  216 501670 3932 1992  11  0
> probT <- table(fac.res)/simu.times;probT
probT
 一對  二對  三條  福祿  四條  五爛  順子
0.422165 0.047348 0.021201 0.001465 0.000216 0.501670 0.003932
 同花  同花順  錯誤
0.001992 0.000011 0.000000

```

模擬一百萬次的次數分配圖如圖 2 所示。

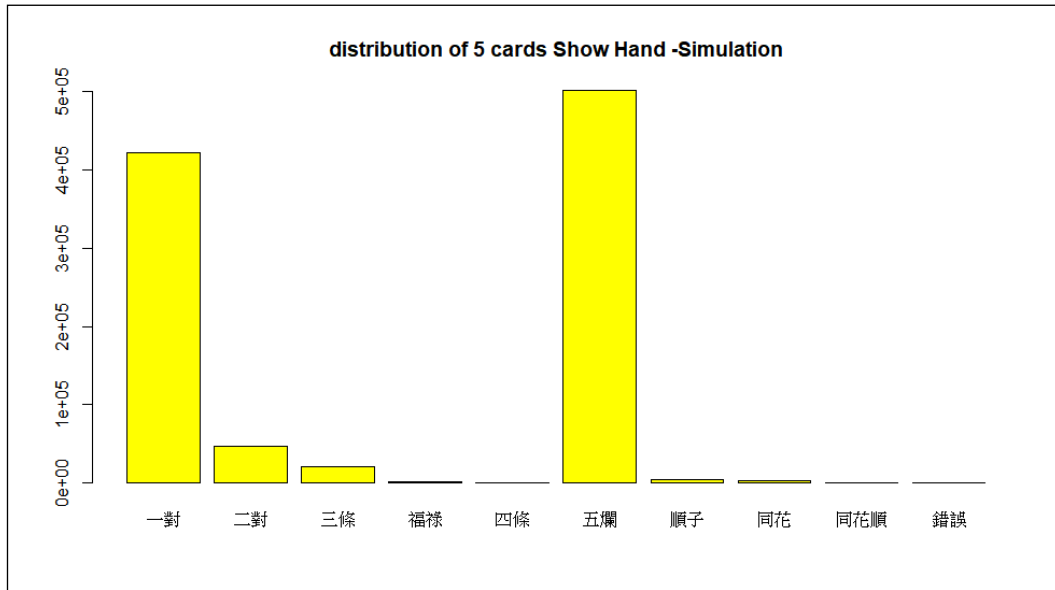


圖 2 梭哈牌型的一百萬次模擬次數分配圖

R 提供了許多方便好用的統計分析，我們在此使用 `chisq.test` 卡方分析，可以檢驗我們所模擬產生的各種牌型與其理論期望次數是否相符合。在此我們篩選前九種牌型，剔除第十種從未出現的牌型後，使用參數 `p` 以及 `rescale.p=TRUE`，可以提供檢定所需要的期望次數分配。程式如表 9 所列；而檢定的結果提供了卡方檢定統計、自由度以及 `p-value` 如表 10。

表 9 模擬一百萬手牌型機率的卡方檢定程式

```
chisq.test(table(fac.res)[1:9], p=c(1098240, 123552, 54912, 3744, 624, 1302540, 10200, 5108, 40),rescale.p=TRUE)
```

表 10 模擬一百萬手牌型機率的卡方檢定結果

```
> chisq.test(table(fac.res)[1:9], p=c(1098240,123552,54912,3744,
+ 624,1302540,10200,5108,40),rescale.p=TRUE)

Chi-squared test for given probabilities

data: table(fac.res)[1:9]
X-squared = 6.3458, df = 8, p-value = 0.6086
```

因為 `p-value = 0.6086` 說明此次的模擬結果與理論次數分配是相符合的。

4. 總結

本文利用 R 所提供的豐富函數庫，讓我們能夠簡單快速的就能夠定義撲克牌，產生對應的花色與點數向量。也能夠很容易的使用各種函數庫自行定義的檢測函數。同時利用了

程式設計的迴圈窮舉法檢測出所有的組合牌組，讓我們能夠掌握正確的理論分配與機率。最後也利用模擬方法進行了模型的統計分析。從這些簡潔的程式區塊模組可以提供 R 程式語言與統計計算相關領域的學習者有一個很好的實用範例。

5. 參考文獻

- [1] 林鈺宸，R 軟體於實驗設計之案例分析，國立高雄應用科技大學，碩士論文，民國 106 年。
- [2] 周彤，佈於二元體之多項式方程組之快速窮舉法，臺灣大學電機工程學研究所學位論文，民國 99 年。
- [3] 洪錦魁、蔡桂宏，R 語言：邁向 Big Data 之路，臺北市：上奇資訊初版，民國 104 年。
- [4] 董仲原，梭哈撲克牌遊戲模組設計，中興大學資訊管理系研究所，碩士論文，民國 105 年 6 月。
- [5] 詹永寬、董仲原、李金鳳，線上梭哈撲克牌遊戲之設計，科技部計畫編號 MOST104-2221-E-005-049、MOST104-2623-E-005-001-D 與 MOST104-221E-324-013 之計畫，民國 105 年。
- [6] 蔡桂宏、林沿兆、林盟凱，梭哈模擬軟體開發及應用，自由軟體與教育科技研討會論文集（第三期），士林：銘傳大學，pp 62-68，ISSN:2075-2717，民國 100 年。
- [7] Chen, XiaoMing, Showhand Online Game System Design and Implemen”, South China University of Technology Master's thesis, 2011.
- [8] 撲克牌型參考網頁：
<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%92%B2%E5%85%8B%E7%89%8C%E5%9E%8B>
- [9] Alons, Korik, Analysis of poker strategies in heads-up poker 網頁：
<https://www.math.vu.nl/~sbhulai/papers/paper-alons.pdf>
- [10] Berg, Henry (13 May 2013). "FiveCardSingleDeckHands.txt". *Code Throwdown*. Retrieved 13 Oct 2018.
- [11] Poker Odds - Calculating Hand Odds In Texas Hold'em 網頁：
https://www.tightpoker.com/poker_odds.html